



**KERJASAMA
DINAS PENDIDIKAN KOTA SURABAYA
DENGAN
FAKULTAS MIPA UNIVERSITAS NEGERI SURABAYA**



MODUL
MATA PELAJARAN MATEMATIKA
Bilangan dan Aljabar



untuk kegiatan

**PELATIHAN PENINGKATAN MUTU GURU
DINAS PENDIDIKAN KOTA SURABAYA
TAHUN 2017**

BILANGAN dan ALJABAR

A. Pengantar

Modul ini membahas tentang materi Bilangan dan Aljabar yang disesuaikan dengan Kompetensi Dasar yang terdapat pada Permendikbud no 24 tahun 2016, yaitu Kompetensi Dasar Pengetahuan (KD3) dan Kompetensi Dasar Keterampilan (KD4). Materi Bilangan dan Aljabar yang dibahas dalam modul ini mencakup seluruh materi Bilangan dan Aljabar yang terdapat pada SKL UN tahun 2017.

Rincian KD3 dan KD4 untuk kedua materi tersebut sebagai berikut.

KD materi Bilangan dan Aljabar untuk kelas VII:

- 3.1 Menjelaskan dan menentukan urutan pada bilangan bulat (positif dan negatif) dan pecahan (biasa, campuran, desimal, persen)
- 3.2 Menjelaskan dan melakukan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi
- 3.3 Menjelaskan dan menentukan representasi bilangan dalam bentuk bilangan berpangkat bulat positif dan negatif
- 3.5 Menjelaskan bentuk aljabar dan melakukan operasi pada bentuk aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian)
- 3.6 Menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dan penyelesaiannya
- 3.7 Menjelaskan rasio dua besaran (satunya sama dan berbeda)
- 3.8 Membedakan perbandingan senilai dan berbalik nilai dengan menggunakan tabel data, grafik, dan persamaan
- 3.9 Mengenal dan menganalisis berbagai situasi terkait aritmetika sosial (penjualan, pembelian, potongan, keuntungan, kerugian, bunga tunggal, persentase, bruto, neto, tara)

- 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan urutan beberapa bilangan bulat dan pecahan (biasa, campuran, desimal, persen)
- 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bilangan dalam bentuk bilangan berpangkat bulat positif dan negatif
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar dan operasi pada bentuk aljabar
- 4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel
- 4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rasio dua besaran (satunya sama dan berbeda)
- 4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perbandingan senilai dan berbalik nilai
- 4.9 Menyelesaikan masalah berkaitan dengan aritmetika sosial (penjualan, pembelian, potongan, keuntungan, kerugian, bunga tunggal, persentase, bruto, neto, tara)

KD materi Bilangan dan Aljabar untuk kelas VIII:

- 3.1 Membuat generalisasi dari pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek
- 3.3 Mendeskripsikan dan menyatakan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi (kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan)

- 3.4 Menganalisis fungsi linear (sebagai persamaan garis lurus) dan menginterpretasikan grafiknya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual
- 3.5 Menjelaskan system persamaan linear dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual
- 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi
- 4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi linear sebagai persamaan garis lurus
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel

KD materi Bilangan dan Aljabar untuk kelas IX:

- 3.1 Menjelaskan dan melakukan operasi bilangan berpangkat bilangan rasional dan bentuk akar, serta sifat-sifatnya
- 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat operasi bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar

SKL UN SMP yang terkait dengan materi Bilangan dan Aljabar adalah sebagai berikut.

1. Siswa dapat memahami tentang: bilangan bulat, pecahan, bilangan berpangkat, bentuk akar, bentuk aljabar, perbandingan, aritmetika sosial, relasi dan fungsi, himpunan, persamaan dan pertidaksamaan, persamaan garis lurus, sistem persamaan linier dua variabel.
2. Siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan tentang: bilangan bulat, pecahan, bilangan berpangkat, bentuk akar, bentuk aljabar, perbandingan, aritmetika sosial, relasi dan fungsi, persamaan dan pertidaksamaan, persamaan garis lurus, sistem persamaan linier dua variabel.
3. Siswa dapat bernalar tentang: bilangan bulat, pecahan, bilangan berpangkat, bentuk aljabar, perbandingan, aritmetika sosial, relasi dan fungsi, persamaan dan pertidaksamaan, persamaan garis lurus, sistem persamaan linier dua variabel.

B. Tujuan

Setelah mempelajari materi ini, peserta diharapkan dapat:

1. Memahami konsep bilangan bulat, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
2. Memahami konsep pecahan, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
3. Memahami konsep bilangan berpangkat dan bentuk akar, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
4. Memahami konsep operasi bentuk aljabar, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
5. Memahami konsep persamaan dan pertidaksamaan, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
6. Memahami konsep perbandingan, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
7. Memahami konsep aritmetika sosial, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;

8. Memahami konsep barisan dan deret, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah.
9. Memahami konsep persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
10. Memahami konsep relasi dan fungsi, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah;
11. Memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel, serta mampu menggunakannya dalam pemecahan masalah.

C. Uraian Materi

1. Bilangan Bulat

Bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat positif, nol dan bilangan bulat negatif. Bilangan bulat positif dan nol sering disebut bilangan bulat non negatif, sedang bilangan bulat negatif dan nol disebut bilangan bulat non positif.

Pada operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian pada himpunan bilangan bulat bersifat tertutup, sedang pada pembagian tidak.

Jika a, b bilangan bulat, maka

$$a + (-b) = a - b$$

$$a - (-b) = a + b.$$

Jika a, b bilangan bulat, maka hasil kali dan hasil baginya ditentukan oleh jenis a, b -nya.

Jika keduanya bilangan bulat positif atau keduanya bilangan bulat negatif, maka hasil kali dan hasil baginya merupakan bilangan bulat positif. Jika tepat salah satunya negatif, maka hasil kali dan baginya merupakan bilangan bulat negatif.

Contoh

1) Hasil dari $5 + 6 : (-3) = \dots$.

- A. 7
- B. 4
- C. 3
- D. -2

Pembahasan

$$\begin{aligned} 5 + 6 : (-3) &= 5 + (-2) \\ &= 5 - 2 \\ &= 3 \text{ (C)} \end{aligned}$$

2) Dalam sebuah kompetisi matematika, setiap jawaban benar diberi skor 4, salah -2, dan tidak menjawab -1. Dari 50 soal yang diberikan Haris menjawab benar 35 soal dan salah 4 soal. Skor yang diperoleh Haris adalah

- A. 121
- B. 132
- C. 136
- D. 140

Pembahasan

Haris tidak menjawab 11 butir soal, sehingga skornya

$$35 \times 4 + 4 \times (-2) + 11 \times (-1) = 121 \text{ (A)}$$

- 3) Operasi $*$ berarti kalikan bilangan pertama dengan bilangan ke dua, kemudian jumlahkan hasilnya dengan empat kali bilangan ke dua. Nilai dari $3 * (-7)$ adalah
- 49
 - 7
 - 7
 - 49

Pembahasan

$$3 * (-7) = 3 \times (-7) + 4 \times (-7) = -49 \text{ (D)}$$

2. Pecahan

Pecahan merupakan bilangan rasional. Jika a adalah pecahan maka a dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{c}{d}$ dengan c, d bilangan bulat, $d \neq 0$ dan d bukan faktor dari c .

Jika a, b, c dan d bilangan bulat, $b \neq 0, d \neq 0$, maka

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, c \neq 0$

Contoh

- 1) Hasil dari $3\frac{2}{3} + 1\frac{3}{7} : 2\frac{1}{7}$ adalah

- $\frac{5}{3}$
- $\frac{8}{3}$
- $\frac{13}{6}$
- $\frac{13}{3}$

Pembahasan

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{3} + 1\frac{3}{7} : 2\frac{1}{7} &= \frac{11}{3} + \frac{10}{7} : \frac{15}{7} \\ &= \frac{11}{3} + \frac{10}{7} \times \frac{7}{15} \\ &= \frac{11}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{13}{3} \text{ (D)} \end{aligned}$$

- 2) Zahwa memiliki pita sepanjang $15\frac{1}{2}m$, kemudian ia membeli lagi pita sepanjang $2\frac{2}{3}m$. Zahwa menggunakan pita miliknya sepanjang $9\frac{1}{4}m$ untuk membuat bunga.

Panjang pita Zahwa yang tersisa sekarang adalah

- $8\frac{5}{12}m$
- $8\frac{7}{12}m$
- $8\frac{9}{12}m$
- $8\frac{11}{12}m$

Pembahasan

$$15\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 9\frac{1}{4} = \frac{107}{12} = 8\frac{11}{12} \text{ (B)}$$

3. Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar

Jika a bilangan real dan n bilangan bulat positif, didefinisikan

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \text{ (} a \text{ sebanyak } n \text{)}$$

Jika a, b bilangan real positif dan m, n bilangan real, maka

a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

b) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ (} a \neq 0 \text{)}$

c) $(a^m)^n = a^{mn}$

d) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \text{ (} b \neq 0 \text{)}$

Untuk bilangan real $a, a \neq 0$ dan n bilangan bulat positif maka

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ dan}$$

$$a^0 = 1$$

Misalkan $a \geq 0$ dan n adalah bilangan Asli genap. Maka akar pangkat n dari a adalah bilangan *tidak negatif* b sehingga $b^n = a$, ditulis $a \geq 0 = b$

Untuk $n = 2$, $\sqrt[n]{a}$ hanya ditulis dengan \sqrt{a} .

Keterkaitan antara pangkat bilangan real berpangkat rasional dengan bentuk akar adalah sebagai berikut.

Untuk $a \geq 0$ atau $a < 0$ dan m adalah bilangan genap atau $a < 0$ dan n adalah bilangan ganjil, maka

1) $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

2) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Beberapa operasi pada bentuk akar

Jika a, b, c , dan d bilangan real, serta a, b non negatif maka

1) $c\sqrt{a} + d\sqrt{a} = (c + d)\sqrt{a}$

2) $c\sqrt{a} \times d\sqrt{b} = cd\sqrt{ab}$

Untuk merasionalkan penyebut bentuk akar, dilakukan dengan mengalikan sekawannya.

1) $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} \text{ (} b \neq 0 \text{)}$

2) $\frac{a}{c-\sqrt{b}} = \frac{a}{c-\sqrt{b}} \times \frac{c+\sqrt{b}}{c+\sqrt{b}} \text{ ((} c - \sqrt{b} \text{)} \neq 0 \text{)}$

Contoh

1) Hasil dari $3^{-2} + 2^{-3}$ adalah

A. $\frac{20}{72}$

B. $\frac{17}{72}$

C. $\frac{9}{72}$

D. $\frac{8}{72}$

Pembahasan

$$3^{-2} + 2^{-3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{17}{72} \text{ (B)}$$

2) Hasil dari $(81^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}$ adalah

A. 27

B. 12

C. 9

D. 3

Pembahasan

$$(81^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^2 = 27 \text{ (A)}$$

3) Bentuk $\frac{2}{\sqrt{3}}$ jika penyebutnya dirasionalkan menjadi

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Pembahasan

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (A)}$$

4) Hasil dari $2\sqrt{8} \times \sqrt{3}$ adalah

A. $4\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{6}$

C. $8\sqrt{6}$

D. $16\sqrt{3}$

Pembahasan

$$2\sqrt{8} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{24} = 4\sqrt{6} \text{ (B)}$$

4. Perbandingan

1) Perbandingan Senilai dan Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan dua besaran, A dan B, merupakan perbandingan senilai bila meningkatnya nilai A diikuti meningkatnya nilai B. Jika meningkatnya nilai A berakibat menurunnya nilai B, maka perbandingan A dengan B merupakan perbandingan berbalik nilai.

Perbandingan banyak buku dengan harganya merupakan contoh perbandingan senilai, sedang perbandingan antara banyak pekerja dengan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu pekerjaan adalah contoh perbandingan berbalik nilai.

2) Skala

Skala merupakan perbandingan antara jarak pada gambar dengan jarak sebenarnya

$$\text{Skala} = \frac{\text{Jarak pada gambar}}{\text{Jarak Sebenarnya}}$$

Contoh

1) Perbandingan kelereng Akmal, Fajar dan Dava adalah **3:5:7**. Jika jumlah kelereng Fajar dan Dava adalah 48. Banyak kelereng Akmal adalah

- A. 12
- B. 16
- C. 20
- D. 28

Pembahasan

Banyak kelereng Akmal $\frac{3}{5+7} \times 48 = 12$ (A)

2) Pekerjaan membuat kolam ikan dapat diselesaikan oleh Andi dalam waktu 20 hari, sementara Soni dapat menyelesaikannya dalam 30 hari. Jika mereka bekerja bersama, waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut adalah

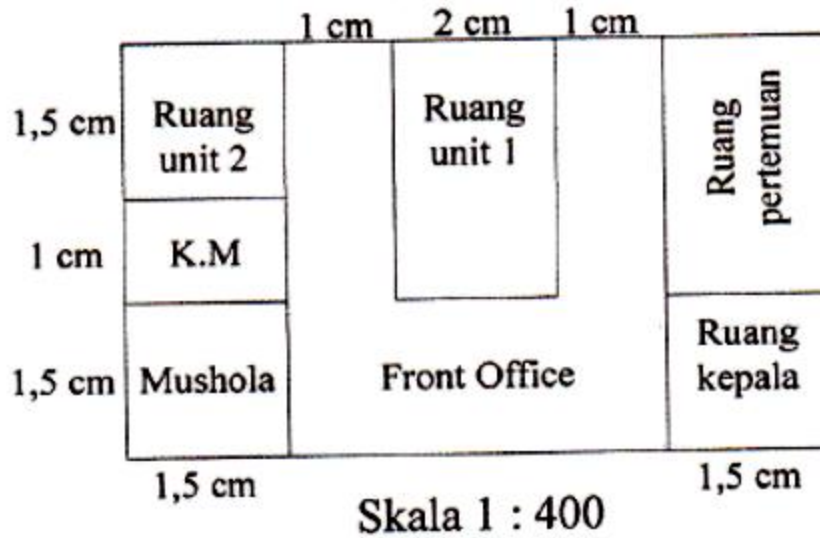
- A. 10 hari
- B. 12 hari
- C. 25 hari
- D. 50 hari

Pembahasan

Dalam sehari, Andi dapat menyelesaikan $\frac{1}{20}$ bagian pekerjaan, sedang Soni dapat menyelesaikan $\frac{1}{30}$ bagian.

Jika mereka bekerja bersama, waktu yang dibutuhkan adalah $\left(\frac{60}{2+3}\right) = 12$ hari. (B)

3) Perhatikan gambar denah kantor berskala berikut.



Luas kantor sebenarnya adalah

- A. 360 m^2
- B. 400 m^2
- C. 448 m^2
- D. 800 m^2

Penyelesaian

Ukuran kantor dalam gambar $7 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$, sehingga ukuran sebenarnya adalah $28 \text{ m} \times 16 \text{ m}$. Jadi luas kantor sebenarnya adalah 448 m^2 . (C)

5. Aritmetika Sosial

Jika U, R, J , dan B berturut-turut menyatakan untung, rugi, harga jual dan harga beli, maka

- 1) $U = J - B$
- 2) $R = B - J$
- 3) $\%U = \frac{U}{B} \times 100\%$
- 4) $\%R = \frac{R}{B} \times 100\%$
- 5) $B = \frac{100}{\%J} \times J$
- 6) $B = \frac{100}{\%U} \times U$
- 7) $B = \frac{100}{\%R} \times R$

Misal, M adalah modal awal, dan $P\%$ menyatakan bunga pertahun, maka

- 1) Bunga 1 tahun $= \frac{P}{100} \times M$
- 2) Bunga b bulan $= \frac{b}{12} \times \frac{P}{100} \times M$
- 3) Bunga 1 hari $= \frac{h}{365} \times \frac{P}{100} \times M$

Contoh

1. Aldi menabung di bank sebesar Rp800.000,00 dengan suku bunga tunggal 15% setahun. Saat diambil, tabungan Aldi menjadi Rp900.000,00. Lama Aldi menabung adalah
A. 8 bulan
B. 10 bulan
C. 12 bulan
D. 15 bulan

Penyelesaian

Besar bunga selama setahun $\frac{15}{100} \times 800.000 = 120.000$. Jadi, besar bunga sebulan adalah Rp10.000,00.

Lama menabung Aldi $= \frac{100.000}{10.000} = 10$ bulan. (B)

2. Setelah 9 bulan uang tabungan Susi di koperasi berjumlah Rp3.815.000,00. Koperasi memberi jasa simpanan berupa bunga 12% pertahun. Tabungan awal Susi di koperasi adalah
A. Rp3.500.000,00
B. Rp3.550.000,00
C. Rp3.600.000,00
D. Rp3.650.000,00

Pembahasan

Besar Tabungan Akhir = Tabungan awal (Ta) + Bunga

$$3.815.000 = Ta + \frac{9}{12} \times \frac{12}{100} \times Ta$$

$$Ta = (3.815.000 \times 100) : 109 = Rp3.500.000,00 \text{ (A)}$$

6. Barisan dan Deret

1) Barisan

Barisan aritmetika merupakan barisan bilangan dengan pola

$$a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots, a + (n - 1)b, \dots$$

dengan a adalah suku pertama, dan b adalah beda atau selisih dari dua suku berurutannya.

Jadi suku ke- n (U_n) dari barisan aritmatika adalah $U_n = a + (n - 1)b$.

Barisan geometri merupakan barisan bilangan dengan pola

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, \dots$$

dengan a adalah suku pertama, dan r adalah rasio dari dua suku berurutannya.

Jadi suku ke- n (U_n) dari barisan geometri adalah $U_n = ar^{n-1}$

2) Deret

Deret aritmetika merupakan deret bilangan dengan pola

$$a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + (a + (n - 1)b) + \dots$$

Jumlah n suku pertama (S_n) dari deret aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Deret geometri merupakan deret bilangan dengan pola $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + \dots$

Jumlah n suku pertama (S_n) dari deret geometri adalah

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ untuk } r < 1, \text{ atau}$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \text{ untuk } r > 1$$

Contoh

1) Suku ke 50 dari barisan 7,15,23,31,39, ... adalah

- A. 392
- B. 399
- C. 407
- D. 448

Pembahasan

$$U_{50} = 7 + (50 - 1) \times 8 = 399 \text{ (B)}$$

2) Seutas tali dipotong menjadi 5 bagian, sehingga panjang potongan-potongan membentuk barisan geometri. Jika potongan terpendek 6 cm dan potongan terpanjang 96 cm, panjang tali mula-mula adalah

- A. 2,4 m
- B. 2,0 m
- C. 1,96 m
- D. 1,86 m

Penyelesaian

$$a = 6, ar^4 = 96 \text{ maka } r = 2. \text{ Sehingga panjang tali mula-mula} = 6+12+24+48+96= 186 \text{ cm} = 1,86 \text{ m. (D)}$$

3) Dari barisan aritmetika diketahui $U_3 = 18$ dan $U_7 = 38$. Jumlah 24 suku pertamanya adalah

- A. 786
- B. 1248
- C. 1572
- D. 3144

Pembahasan

$$a + 2b = 18 \text{ dan } a + 6b = 38, \text{ diperoleh } a = 8, b = 5. \text{ Sehingga,}$$

$$S_{24} = \frac{24}{2}(2 \times 8 + (24 - 1) \times 5) = 1572 \text{ (C)}$$

7. Bentuk Aljabar

Pengkuadratan bentuk aljabar suku dua

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Pemfaktoran bentuk kuadrat

1) Pemfaktoran selisih dua kuadrat

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

2) Pemfaktoran bentuk $ax^2 + bx + c$, dengan $a = 1$

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q) \text{ dengan } pq = c, p + q = b$$

3) Pemfaktoran bentuk $ax^2 + bx + c$, dengan $a \neq 1$

$$ax^2 + bx + c = a(x + \frac{p}{a})(x + \frac{q}{a}) \text{ dengan } pq = ac, p + q = b$$

Contoh

1) Salah satu faktor dari $4x^2 - 5x - 6$ adalah

- A. $x + 2$
- B. $4x + 3$
- C. $2x - 2$
- D. $4x - 3$

Penyelesaian

$$4x^2 - 5x - 6 = (4x + 3)(x - 2) \text{ (B)}$$

2) Perhatikan pemfaktoran berikut ini!

(i) $15x^2y - 20xy^2 = 5xy(3x - 4y)$

(ii) $p^2 - 16 = (p - 4)(p - 4)$

(iii) $3a^2 + 8a - 3 = (3a - 1)(a + 3)$

Pemfaktoran yang benar adalah

- A. i, ii
- B. i, iii
- C. ii, iii
- D. i, ii, iii

Pembahasan

$p^2 - 16 = (p - 4)(p - 4)$ salah, harusnya $p^2 - 16 = (p + 4)(p - 4)$. Jadi pilihan yang memuat ii salah. (B)

8. Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah

$$ax + b = 0 \text{ dengan } a \neq 0.$$

Untuk menyelesaikannya dilakukan prosedur berikut

$$ax + b = 0$$

$$\Leftrightarrow ax + b - b = 0 - b$$

$$\Leftrightarrow ax = -b$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Bentuk umum pertidaksamaan linear satu variabel adalah

$ax + b > 0$ atau $ax + b < 0$ atau $ax + b \geq 0$ atau $ax + b \leq 0$ dengan $a \neq 0$.

Untuk menyelesaikannya dilakukan prosedur berikut

$$ax + b > 0$$

$$\Leftrightarrow ax + b - b > 0 - b$$

$$\Leftrightarrow ax > -b$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{b}{a} \text{ jika } a > 0 \text{ atau } x < -\frac{b}{a} \text{ jika } a < 0.$$

Contoh

- 1) Banyak kelereng Rian x buah, sedang banyak kelereng Andri 3 buah kurangya dari banyak kelereng Rian. Jika jumlah kelereng mereka 18 buah, model matematika yang tepat adalah

A. $2x + 3 = 18$

B. $2x - 3 = 18$

C. $x + 3 = 18$

D. $x - 3 = 18$

Pembahasan

Banyak kelereng Rian = x

Banyak kelereng Andri = $x - 3$

Jumlah kelereng mereka = 18

Sehingga, $x + x - 3 = 2x - 3 = 18$. (B)

- 2) Jumlah tiga bilangan genap berurutan adalah 90. Jumlah bilangan terbesar dan terkecil adalah

A. 50

B. 60

C. 62

D. 64

Pembahasan

Misal bilangan genap terkecil adalah a maka $a + (a + 2) + (a + 4) = 90$, sehingga $a = 28$. Jadi jumlah bilangan terkecil dan terbesarnya adalah $28 + 32 = 60$. (B)

- 3) Himpunan penyelesaian dari $3x - 4 \leq 20 + 5x$ dengan x bilangan bulat adalah

A. $\{-12, -11, -10, -9, \dots\}$

B. $\{-9, -8, -7, -6, \dots\}$

C. $\{\dots, -15, -14, -13, -12\}$

D. $\{\dots, -12, -11, -10, -9\}$

Pembahasan

$$3x - 4 \leq 20 + 5x$$

$$\Leftrightarrow -24 \leq 2x$$

$$\Leftrightarrow -12 \leq x \text{ (A)}$$

9. Relasi dan Fungsi

Jika A, B adalah himpunan, relasi dari A ke B adalah aturan yang menghubungkan anggota A dengan anggota B . Fungsi dari A ke B adalah relasi yang memasangkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B .

Relasi atau fungsi dua himpunan dapat dinyatakan dalam diagram panah, himpunan pasangan berurutan dan grafik. Himpunan pasangan berurutan menyatakan fungsi dari dua himpunan bila unsur pertamanya tak ada yang berulang.

Jika f merupakan fungsi dari himpunan P ke himpunan Q , maka P disebut Domain dan Q disebut Kodomain, sedang *Range* adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota Q yang mempunyai pasangan di P . Jika $n(P) = a$ dan $n(Q) = b$, maka banyak f yang mungkin adalah b^a .

Bentuk umum fungsi linear adalah $f(x) = ax + b, a \neq 0$. Grafik fungsi linear $f(x) = ax + b$ dengan domain himpunan bilangan real adalah garis lurus, yang memotong sumbu x dan sumbu y berturut-turut di titik $(-\frac{b}{a}, 0)$ dan $(0, b)$.

Contoh

1) Perhatikan himpunan pasangan berurutan berikut!

i. $\{(1,3), (2,3), (3,3)\}$

ii. $\{(1,2), (1,3), (1,4)\}$

iii. $\{(3,3), (3,3), (3,3)\}$

iv. $\{(3,5), (2,4), (1,3)\}$

Himpunan pasangan berurutan yang merupakan fungsi adalah

- A. i dan ii
- B. i dan iv
- C. ii dan iii
- D. ii dan iv

Pembahasan

Berdasarkan definisi fungsi, maka ii dan iii bukan fungsi, sehingga yang merupakan fungsi adalah i dan iv. **(B)**

2) Diketahui rumus fungsi f adalah $f(x) = 8 - 2x$. Jika $f(k) = -10$, nilai k adalah

- A. 9
- B. 1
- C. -1
- D. -9

Pembahasan

$$f(k) = 8 - 2k = -10, \text{ maka } k = 9. \text{ (A)}$$

3) Diketahui $A = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{1, 2, 3\}$. Banyak pemetaan yang mungkin dibuat dari A ke B adalah

- A. 12
- B. 56
- C. 64
- D. 81

Pembahasan

Karena $n(A) = 4$ dan $n(B) = 3$, maka banyak pemetaan yang mungkin dari A ke B adalah $3^4 = 81$. (D)

- 4) Fungsi h dinyatakan dalam rumus $h(x) = ax + b$. Jika $h(-1) = -5$, $h(4) = 5$, maka $h(-6)$ adalah
- A. -15
 - B. -9
 - C. 7
 - D. 10

Pembahasan

$$h(-1) = -a + b = -5$$

$$h(4) = 4a + b = 5$$

Dengan eliminasi diperoleh $a = 2, b = -3$. Sehingga $h(-6) = 2 \times (-6) - 3$. (A)

10. Persamaan Garis Lurus

1) Gradien

Gradien suatu garis menunjukkan kemiringan garis tersebut. Garis yang horizontal gradiennya sama dengan nol, sedang garis yang vertikal tidak mempunyai gradien (gradiennya tak terdefiniskan).

Gradien suatu garis merupakan perbandingan antara selisih ordinat dengan selisih absis dari dua titik yang terletak pada garis tersebut. Konsekuensinya, garis yang condong ke kanan bergradien positif, sedang yang condong ke kiri bergradien negatif.

Gradien garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) , dan (x_2, y_2) adalah

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2) Persamaan Garis

Bentuk umum persamaan garis adalah $ax + by + c = 0$.

Gradien garis dengan persamaan tersebut adalah $-\frac{b}{a}$ dan memotong sumbu x dan sumbu y berturut-turut di titik $(-\frac{c}{a}, 0)$ dan $(0, -\frac{c}{b})$. Jika $c = 0$, maka garis tersebut melalui pusat koordinat $(0,0)$, dan persamaannya berubah menjadi $y = -\frac{a}{b}x$.

Bentuk lain dari persamaan garis adalah $y = mx + c$. Jika dinyatakan dengan persamaan ini, maka m merupakan gradient garis tersebut dan memotong sumbu y di $(0, c)$.

Persamaan garis yang bergradien m dan melalui titik (x_1, y_1) adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

Persamaan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Bila dua titik tersebut merupakan titik potong dengan sumbu-sumbu koordinatnya, $(a, 0)$ dan $(0, b)$ maka persamaan garisnya adalah

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Dua garis yang sejajar, gradiennya sama, sedang dua garis yang saling tegak lurus perkalian gradiennya (dengan catatan kedua gradiennya ada) sama dengan -1 .

Contoh

1) Gradien garis dengan persamaan $3x - 6y = -5$ adalah

- A. -2
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 2

Pembahasan

Gradien garis dengan persamaan $ax + by + c = 0$ adalah $-\frac{a}{b}$. Sehingga gradien garis dengan persamaan $3x - 6y = -5$ adalah $\frac{1}{2}$. (C)

2) Titik $A(10, p)$ terletak pada garis yang melalui titik $B(3, 1)$ dan $C(-4, -13)$. Nilai p adalah

- A. 35
- B. 15
- C. -5
- D. -25

Pembahasan

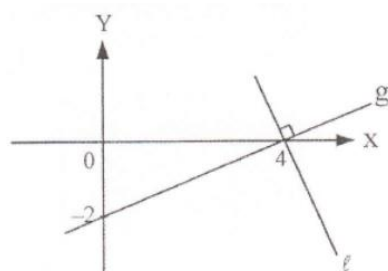
Karena ketiga titik tersebut segaris, maka

$$\frac{1 - p}{3 - 10} = \frac{-13 - 1}{-4 - 3}$$

$$\frac{1 - p}{-7} = \frac{-14}{-7}$$

$$p = 15 \text{ (B)}$$

3) Perhatikan gambar berikut!



Persamaan garis l adalah

- A. $y = -2x + 8$
- B. $y = 2x - 8$
- C. $y = -\frac{1}{2}x + 2$

$$D. y = \frac{1}{2}x - 2$$

Pembahasan

Gradien garis g adalah $\frac{1}{2}$, sehingga gradien garis l adalah -2 . Diantara pilihan jawaban yang ada hanya **A** yang memenuhi.

11. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) adalah

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

dengan a_1, a_2, b_1, b_2 tidak sama dengan nol.

SPLDV dapat diselesaikan dengan metode eliminasi, substitusi, dan grafik. Jika $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ maka SPLDV mempunyai tak hingga banyak penyelesaian. Jika $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ maka SPLDV tidak punya penyelesaian. Jika $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ maka SPLDV mempunyai penyelesaian tunggal.

Contoh

1) Penyelesaian dari $\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 1$ dan $\frac{1}{2}x + \frac{5}{3}y = -7$ adalah $x = p$ dan $y = q$. Nilai dari $p - 4q$ adalah

- A. 8
- B. 14
- C. 24
- D. 28

Pembahasan

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 1 \text{ dikali 12 menjadi } 3x - 8y = 12 \text{ (1)}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{5}{3}y = -7 \text{ dikali 6 menjadi } 3x + 10y = -42 \text{ (2)}$$

$(2) - (1)$ diperoleh $18y = -54$, sehingga $y = -3$. Dengan mensubstitusi y pada persamaan (1) diperoleh $x = -4$. Jadi $p - 4q = -4 - 4(-3) = 8$. **(A)**

2) Adi, Budi dan Citra bersama-sama membeli buku tulis dan pensil yang sejenis. Adi membeli 4 buku tulis dan 1 pensil seharga Rp14.000,00. Budi membeli 6 buku tulis dan 2 pensil seharga Rp22.000,00. Jika Citra membeli 6 buku tulis dan 1 pensil, besar uang yang harus dibayar adalah

- A. Rp15.000,00
- B. Rp18.000,00
- C. Rp20.000,00
- D. Rp21.000,00

Pembahasan

Misal harga sebuah buku tulis adalah b , dan harga sebuah pensil adalah p , diperoleh

$$4b + p = 14.000 \text{ (1)}$$

$$6b + 2p = 22.000 \text{ (2)}$$

Dua kali persamaan (1) dikurangi persamaan (2), diperoleh $2b = 6.0000$. Jadi $b = 3000$, sehingga $p = 2000$.

Harga 6 buku tulis dan 1 pensil adalah $6 \times 3000 + 2000 = Rp20.000,00$. (C)

- 3) Harga satu topi sama dengan 3 kali harga satu dasi. Fitria membeli 5 topi dan 10 dasi seharga Rp125.000,00. Jika Salmiah membeli 15 topi dan 20 dasi, jumlah harga barang yang dibeli Salmiah adalah
- A. Rp195.000,00
 - B. Rp225.000,00
 - C. Rp325.000,00
 - D. Rp350.000,00

Pembahasan

Misal harga satu topi = t dan harga satu dasi = d , maka $t = 3d$, dan $5t + 10d = 125.000$.

Sehingga, $5(3d) + 10d = 125.000$. Jadi $d = 3.000$, dan $t = 9.000$.

Harga 15 topi dan 20 dasi adalah $15(9.000) + 20(3.000) = Rp195.000,00$. (A)

D. Latihan Soal

1. Hasil dari $(-12) : 3 + 8 \times (-5)$ adalah
 - A. - 44
 - B. - 36
 - C. 28
 - D. 48

2. Beni menjumlahkan nomor-nomor halaman buku yang terdiri dari 96 halaman adalah 4.574. Ternyata terjadi kekeliruan, ada 1 halaman yang dihitung 2 kali. Halaman berapakah itu?
 - A. 16
 - B. 18
 - C. 24
 - D. 36

3. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 15 pekerja dalam waktu 12 minggu. Jika pekerjaan itu harus selesai dalam 9 minggu, banyak pekerja yang harus ditambah adalah
 - A. 3 orang
 - B. 4 orang
 - C. 5 orang
 - D. 20 orang

4. Hasil dari $2^{-3} \times 2^{-2} = \dots$
 - A. - 32
 - B. - 2
 - C. $\frac{1}{64}$
 - D. $\frac{1}{32}$

5. Hasil dari $\sqrt{32} - \sqrt{2} + \sqrt{128}$ adalah....
- $13\sqrt{2}$
 - $11\sqrt{2}$
 - $9\sqrt{2}$
 - $6\sqrt{2}$
6. Rudi menabung pada sebuah bank sebesar Rp 800.000,00 dengan bunga 25% setahun. Jika tabungannya sekarang Rp 950.000,00, maka lama ia menabung adalah
- 9 bulan
 - 8 bulan
 - 6 bulan
 - 4 bulan
7. Ali menjual sepeda seharga Rp500.000,00 dan ia mendapat untung 25% dari harga pembeliannya. Harga pembelian sepeda tersebut adalah ,...
- Rp375.000,00
 - Rp400.000,00
 - Rp475.000,00
 - Rp625.000,00
8. Dua suku berikutnya dari barisan bilangan 20, 17, 13, 8, ... adalah
- 5, 2
 - 5, 0
 - 2, -5
 - 1, -8
9. Rumus suku ke- n dari barisan 243, 81, 27, 9,... adalah
- $\frac{729}{3^{(n-1)}}$
 - $\frac{243}{3^{(n-1)}}$
 - $\frac{729}{3^n - 1}$
 - $\frac{243}{3^n - 1}$
10. Bentuk sederhana dari $2x^2 - x - 6 + 5x^2 - 5x + 10$ adalah
- $7x^2 - 5x - 13$
 - $7x^2 - 6x + 4$
 - $7x^2 - 6x - 4$
 - $7x^2 + 6x + 4$
11. Diketahui $5(x + 3) - 25 = 3(4x - 1)$. Nilai dari $x - 1$ adalah
- 2
 - 1
 - 1
 - 2

12. Persamaan garis yang melalui titik $(-4, 4)$ dan sejajar garis $y = \frac{1}{2}x + 8$ adalah

- A. $2y - x - 12 = 0$
- B. $2y + x - 12 = 0$
- C. $2y - x + 12 = 0$
- D. $2y + x + 12 = 0$

13. Diketahui $\frac{3}{4}x + \frac{1}{6}y = 4$ dan $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -2$

Nilai $2x - y$ adalah....

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 8

14. Perhatikan pemfaktoran berikut.

(1) $2x^2 + 9x - 5 = (2x - 1)(x + 5)$

(2) $2x^2 - 5x - 3 = (2x - 1)(x + 3)$

(3) $4x^2 + 4x - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$

(4) $6x^2 + 7x - 3 = (2x + 3)(3x - 1)$

Pemfaktoran di atas, yang benar adalah

- A. (1), (2) dan (3)
- B. (1), (2) dan (4)
- C. (1), (3) dan (4)
- D. (2), (3) dan (4)

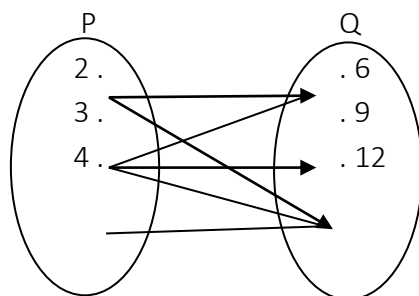
15. Relasi dua himpunan dinyatakan dengan pasangan berurutan sebagai berikut: $\{(2, -1), (3,1), (4,3), (5,5)\}$. Pernyataan yang sesuai adalah ...

- A. Relasi yang menghubungkan kedua himpunan adalah jumlah kedua bilangan kurang dari 11
- B. Relasi yang menghubungkan kedua himpunan adalah selisih kedua bilangan kurang dari 4
- C. Rumus fungsi untuk kedua himpunan adalah $f(x) = 2x - 5$
- D. Rumus fungsi untuk kedua himpunan adalah $f(x) = 2x + 5$

16. Suatu fungsi $f(x) = px + q$ diketahui $f(1) = 5$ dan $f(3) = -1$. Nilai $f(-1)$ adalah ...

- A. -5
- B. -1
- C. 8
- D. 11

17. Perhatikan diagram panah berikut!



Relasi yang tepat dari himpunan P ke himpunan Q adalah....

- A. Faktor dari

- B. Kurang dari
- C. Tiga kali dari
- D. Sepertiga dari

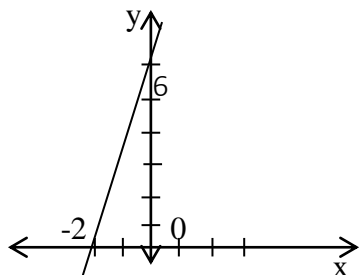
18. Diketahui rumus fungsi f adalah $f(x)=4x-2$. Jika $f(a) = 26$, nilai a adalah....

- A. 102
- B. 28
- C. 7
- D. 6

19. Diketahui rumus fungsi $f(x) = 5x - 3$. Hasil dari $f(3x+2)$ adalah....

- A. $8x - 1$
- B. $15x - 1$
- B. $15x - 6$
- D. $15x + 7$

20. Perhatikan grafik berikut!



Persamaan garis pada grafik di atas adalah

- A. $y = -3x - 6$
- B. $y = -3x + 6$
- C. $y = 3x - 6$
- D. $y = 3x + 6$

E. LATIHAN MERUMUSKAN INDIKATOR DAN MEMBUAT BUTIR SOAL

Berdasarkan SKL materi bilangan bulat, pecahan, bilangan berpangkat, bentuk akar, bentuk aljabar, perbandingan, aritmetika sosial, relasi dan fungsi, persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel, persamaan garis lurus, sistem persamaan linier dua variabel, pilih 2 materi diantaranya dan rumuskan indikator serta kembangkan butir soal untuk mengukur indikator tersebut.

F. Daftar Pustaka

- Abadi. 2013. *Kalkulus* (Buku 1). Surabaya: Jurusan Matematika Unesa
- Soedjadi & Masriyah.1988. *Dasar-dasar Matematika* (Hand Out), Surabaya: Program Pascasarjana Unesa.